

ფაზორები



შესავალი

- 1 რა არის ფაზორი
 - კომპლექსური რიცხვები
- 2 ფაზორების გამოყენება
 - მყისიერი და ფაზური ფორმები
 - დიფერენცირება და ინტეგრება ფაზორების გამოყენებით
- 3 მაგალითები



რა არის ფაზორი

ფაზორი არის კომპლექსური რიცხვი, რომელიც შეიცავს სინუსოიდალური რხევის ამპლიტუდას და ფაზას.

$$I(t) = r \cos(\omega t + \phi) \iff I_s = r e^{j\phi}$$

ამპლიტუდა ფაზა

$$j \equiv \sqrt{-1}$$

ზოგადად

$$I_s = r e^{j\phi} = r \cos(\phi) + j \cdot r \sin(\phi)$$



რატომ ვიყენებთ ფაზორებს?

მაქსველის განტოლებები შეიცავენ დროის მიხედვით წარმოებულებს. ფაზორების გამოყენებით დიფერენცირება ადვილად გამოითვლება გამრავლების გამოყენებით.



კომპლექსური რიცხვების თვისებები

მოცემულია

$$z = x + jy = r/\phi$$

$$z_1 = x_1 + jy_1 = r_1/\phi_1$$

$$z_2 = x_2 + jy_2 = r_2/\phi_2$$

შეკრება $z = z_1 + z_2 = x_1 + x_2 + j(y_1 + y_2)$.

გამოკლება $z = z_1 - z_2 = x_1 - x_2 + j(y_1 - y_2)$.

გამრავლება $z = z_1 \cdot z_2 = r_1 \cdot r_2 / \phi_1 + \phi_2$.

გაყოფა $z = z_1 / z_2 = r_1 / r_2 / \phi_1 - \phi_2$.

ფესვის ამოღება $z = \sqrt{z_1} = \sqrt{r_1} e^{j\phi_1/2}$

ახარისხება $z = z_1^n = r_1^n e^{j\phi_1 \cdot n}$

კომპლექსური შეუღლება $z = z_1^* = x_1 - jy_1 = r_1 e^{-j\phi_1}$



მეისიერი და ფაზური ფორმები **xxcancel**

მეისიერი ფორმა $\rightarrow$ ფაზური ფორმა

$$I(t) = r \cos(\omega t + \phi) \rightarrow I_s = r / \underline{\phi}$$

ფაზური ფორმა $\rightarrow$ მეისიერი ფორმა

$$I_s = r / \underline{\phi} = r e^{j\phi}$$

$$\operatorname{Re}\{I_s\} = \operatorname{Re}\{r(\cos(\phi) + j\sin(\phi))\} = r \cos(\phi)$$

$$\operatorname{Re}\{I_s e^{j\omega t}\} = \operatorname{Re}\{r e^{(j\phi + j\omega t)}\} = r \cos(\omega t + \phi)$$

$$I(t) = \operatorname{Re}\{I_s e^{j\omega t}\}$$



მეისიერი და ფაზური ფორმები **xxcancel**

მეისიერი ფორმა $\rightarrow$ ფაზური ფორმა

$$I(t) = r \cos(\omega t + \phi) \rightarrow I_s = r / \underline{\phi}$$

ფაზური ფორმა $\rightarrow$ მეისიერი ფორმა

$$I_s = r / \underline{\phi} = r e^{j\phi}$$

~~$$Re\{I_s\} = Re\{r(\cos(\phi) + j\sin(\phi))\} = r \cos(\phi)$$~~ შეცდომაა

~~$$Re\{I_s e^{j\omega t}\} = Re\{r e^{(j\phi + j\omega t)}\} = r \cos(\omega t + \phi)$$~~

$$I(t) = Re\{I_s e^{j\omega t}\}$$

დიფერენცირება და ინტეგრება ფაზორების გამოყენებით



დიფერენცირება და ინტეგრება ფაზორების გამოყენებით

$$\frac{\partial A}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t} \operatorname{Re}\{A_s e^{j\omega t}\} = \operatorname{Re}\{A_s j\omega e^{j\omega t}\}$$

$$\underline{A \rightarrow A_s}$$

$$\frac{\partial A}{\partial t} \rightarrow j\omega A_s$$

$$\int A dt \rightarrow \frac{A_s}{j\omega}$$

$A(t)$: დროზე დამოკიდებული. ნამდვილი
 A_s : დროზე დამოუკიდებელი. კომპლექსური



1. გამოთვალე კომპლექსური რიცხვი

გამოთვალე კომპლექსური რიცხვი

$$j^3 \left[\frac{1+j}{2-j} \right]^2$$



1. გამოთვალე კომპლექსური რიცხვი

გამოთვალე კომპლექსური რიცხვი

$$j^3 \left[\frac{1+j}{2-j} \right]^2$$

$$j^3 = -j$$



1. გამოთვალე კომპლექსური რიცხვი

გამოთვალე კომპლექსური რიცხვი

$$j^3 \left[\frac{1+j}{2-j} \right]^2$$

$$j^3 = -j$$

$$\frac{1+j}{2-j} = \frac{1+j}{2-j} \cdot \frac{2+j}{2+j} = \frac{2+j+2j-1}{2^2+1^2} = \frac{1+3j}{5}$$



1. გამოთვალე კომპლექსური რიცხვი

გამოთვალე კომპლექსური რიცხვი

$$j^3 \left[\frac{1+j}{2-j} \right]^2$$

$$j^3 = -j$$

$$\frac{1+j}{2-j} = \frac{1+j}{2-j} \cdot \frac{2+j}{2+j} = \frac{2+j+2j-1}{2^2+1^2} = \frac{1+3j}{5}$$

$$j^3 \left[\frac{1+j}{2-j} \right]^2 = -j \left(\frac{1+3j}{5} \right)^2 = -j \frac{1+6j-9}{25} = \frac{6+j8}{25}$$



2. იპოვნე ფაზური ფორმა

$$\vec{P} = 2\sin(10t + x - \frac{\pi}{4})\vec{a}_y \rightarrow \vec{P}_s = ?$$



2. იპოვნე ფაზური ფორმა

$$\vec{P} = 2\sin(10t + x - \frac{\pi}{4})\vec{a}_y \rightarrow \vec{P}_s = ?$$

$$\cos(0) = \sin(\frac{\pi}{2}) = 1$$



2. იპოვნე ფაზური ფორმა

$$\vec{P} = 2\sin(10t + x - \frac{\pi}{4})\vec{a}_y \rightarrow \vec{P}_s = ?$$

$$\cos(0) = \sin(\frac{\pi}{2}) = 1$$

$$\vec{P} = 2\cos(10t + \underbrace{x - \frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{2}}_{\phi})\vec{a}_y$$



2. იპოვნე ფაზური ფორმა

$$\vec{P} = 2\sin(10t + x - \frac{\pi}{4})\vec{a}_y \rightarrow \vec{P}_s = ?$$

$$\cos(0) = \sin(\frac{\pi}{2}) = 1$$

$$\vec{P} = 2\cos(10t + \underbrace{x - \frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{2}}_{\phi})\vec{a}_y$$

$$\vec{P}_s = 2e^{j(x - \frac{3\pi}{4})}\vec{a}_y$$



3. ვიპოვნოთ მყისიერი ფორმა

$$\vec{Q}_s = e^{jx}(\vec{a}_x - \vec{a}_z)\sin(\pi y) \rightarrow \vec{Q}(t) = ?$$



3. ვიპოვნოთ მყისიერი ფორმა

$$\vec{Q}_s = e^{jx}(\vec{a}_x - \vec{a}_z)\sin(\pi y) \rightarrow \vec{Q}(t) = ?$$

$$ae^{j\phi} \rightarrow a\cos(\omega t + \phi)$$



3. ვიპოვნოთ მყისიერი ფორმა

$$\vec{Q}_s = e^{jx}(\vec{a}_x - \vec{a}_z)\sin(\pi y) \rightarrow \vec{Q}(t) = ?$$

$$ae^{j\phi} \rightarrow a\cos(\omega t + \phi)$$

$$\vec{Q}(t) = \sin(\pi y)\cos(\omega t + x)(\vec{a}_x - \vec{a}_z)$$