

სასაზღვრო პირობები

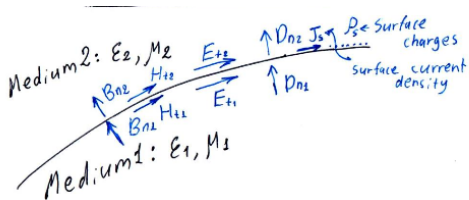
1 სასაზღვრო პირობები

2 სასაზღვრო პირობების გამოყვანა

3 დროში ცვლადი პოტენციალები



სასაზღვრო პირობები



ρ_s ზედაპირული მუხტის
სიმკვრივე
 $\vec{J}_s$ ზედაპირული დენის
სიმკვრივე

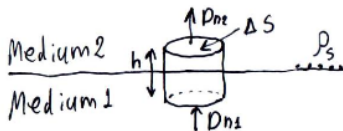
ზოგადად:

$$\begin{aligned} D_{n2} - D_{n1} &= \rho_s & H_{t2} - H_{t1} &= J_s \\ B_{n2} - B_{n1} &= 0 & E_{t2} - E_{t1} &= 0 \end{aligned}$$

იდეალურ გამტარში ელექტრომაგნიტური ველი ნულია



სასაზღვრო პირობების გამოყვანა



$$\oint \vec{D} d\vec{s} = \int_V \rho dV$$

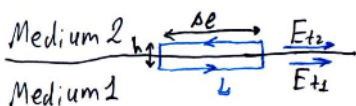
გაუზის კანონი

როცა $h \rightarrow 0$, $\rho \rightarrow \rho_s$, $dV \rightarrow ds$ და გვექნება

$$(D_{n2} - D_{n1})\Delta S = \rho_s \Delta S$$

ანუ

$$D_{n2} - D_{n1} = \rho_s$$



$$\oint \vec{E} d\vec{L} = -\frac{\partial}{\partial t} \int \vec{B} d\vec{s}$$

რადების კანონი

როცა $h \rightarrow 0$ მარცხენა მხარეს ინტეგრალი ნულია და გვექნება

$$(E_{t2} - E_{t1})\Delta l = 0 \text{ ანუ}$$

$$E_{t2} = E_{t1}$$



დროში ცვლადი პოტენციალები

სტატიკური ველებისათვის სტატიკურ ელექტრული პოტენციალია

$$V = \int_V \frac{\rho}{4\pi\epsilon R} dV$$

ზოლო მაგნიტური პოტენციალი

$$\vec{A} = \int_V \frac{\mu \vec{J}}{4\pi R} dV$$

დროში ცვლადი ველებისათვის პოტენციალებს აქვს განსხვავებული სახე. გავიხსენოთ მაგნიტური ველისათვის

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$$

თუ გამოვიყენებთ იგივეობას $\vec{\nabla} \cdot (\vec{\nabla} \times \vec{A}) \equiv 0$, გვექნება

$$\vec{B} = \vec{\nabla} \times \vec{A}$$

ზოლო ელექტრული ველისთვის გვექნება

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = -\frac{\partial \vec{\nabla} \times \vec{A}}{\partial t}$$

ან

$$\vec{\nabla} \times \left(\vec{E} + \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \right) = 0$$

გავიხსენოთ იგივეობა $\vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} F) \equiv 0$ და გვექნება

$$\vec{E} + \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} = -\vec{\nabla} V \quad (1)$$

მაქსველის განტოლებაში

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad (2)$$

თუ გამოვიყენებთ, რომ $\vec{B} = \mu \vec{H}, \vec{D} = \epsilon \vec{E}$
მივიღებთ

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu \vec{J} + \mu \epsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad (3)$$

ამ განტოლებაში თუ ჩავსვამთ $\vec{E}$ (1) განტოლებიდან და ასევე
გავითვალისწინებთ, რომ $\vec{B} = \vec{\nabla} \times \vec{A}$, მივიღებთ

$$\vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times \vec{A}) = \mu \vec{J} + \mu \epsilon \frac{\partial}{\partial t} \left(-\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} - \vec{\nabla} V \right) \quad (4)$$

გამოვიყენოთ იგივეობა

$$\vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times \vec{F}) = \vec{\nabla}(\vec{\nabla} \cdot \vec{F}) - \nabla^2 \vec{F}$$

და გვექნება

$$\vec{\nabla}(\vec{\nabla} \cdot \vec{A}) - \nabla^2 \vec{A} = \mu \vec{J} - \mu \epsilon \frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial t^2} - \mu \epsilon \frac{\partial \vec{\nabla} V}{\partial t} \quad (5)$$

ვექტორი განისაზღვრება ცალსახად თუ ვიცით მისი დივერგენცია და როტორი. $\vec{A}$ როტორი ცნობილია. რაც შეეხება დივერგენციას, მას ედება შემდეგი პირობა

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{A} = -\mu\epsilon \frac{\partial V}{\partial t} \quad (6)$$

ამ პირობის გათვალისწინებით (5) მიიღებს სახეს

$$\nabla^2 \vec{A} - \mu\epsilon \frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial t^2} = -\mu \vec{J} \quad (7)$$

რაც არის ტალღური განტოლება ვექტორ მაგნიტური პოტენციალისთვის.

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{D} = \rho$$

თუ გავითვალისწინებთ, რომ $\vec{D} = \epsilon \vec{E}$ და გამოვსახავთ $\vec{E}$ (1) განტოლებიდან მივიღებთ

$$\vec{\nabla} \cdot \left(\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} + \vec{\nabla} V \right) = -\frac{\rho}{\epsilon}$$

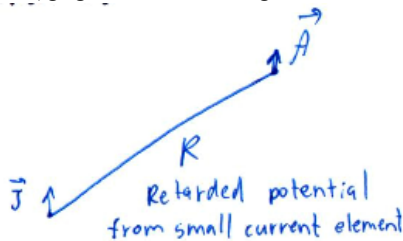
ამ უკანასკნელში თუ გავითვალისწინებთ ე.წ. ყალიბის პირობას (6) მივიღებთ

$$\nabla^2 V - \mu\epsilon \frac{\partial^2 V}{\partial t^2} = -\frac{\rho}{\epsilon} \quad (8)$$

რაც წარმოადგენს ტალღურ განტოლებას სკალარ ელექტრული პოტენციალისთვის. (8) და (7) განტოლებების ამონახსნებია

$$V = \int_V \frac{\rho\left(t - \frac{R}{u}\right)}{4\pi\epsilon R} dV \quad (9)$$

$$\vec{A} = \int_V \frac{\mu\vec{J}\left(t - \frac{R}{u}\right)}{4\pi R} dV \quad (10)$$



R არის მანძილი წყაროს და დაკვირვების წერტილებს შორის. u სინათლის სიჩქარეა $u = \frac{1}{\sqrt{\mu\epsilon}}$. თავისუფალ სივრცეში $u = \frac{1}{\sqrt{\mu_0\epsilon_0}} \approx 3 \cdot 10^8 m/s$