

გავრცელების მუდმივა დანაკარგებიან დიალექტიკში

- 1 გავრცელების მუდმივა დანაკარგებიან დიალექტიკში
- 2 ბრტყელი ტალღა თავისუფალ სივრცეში
- 3 გარემოს იმპედანსი



გავრცელების მუდმივა დანაკარგებიან დიალექტრიკში

დავუშვათ დროში ჰარმონიული შემთხვევა. ფარადეის და ამპერის კანონებს ექნებათ სახე:

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -j\omega\mu\vec{H} \quad (1)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = \sigma\vec{E} + j\omega\varepsilon\vec{E} \quad (2)$$

ავიღოთ როტორი (1) განტოლების ორივე მხრიდან. გვექნება

$$\vec{\nabla} \times \vec{\nabla} \times \vec{E} = -j\omega\mu\vec{\nabla} \times \vec{H} \quad (3)$$

გამოვიყენოთ ვექტორული იგივეობა

$$\vec{\nabla} \times \vec{\nabla} \times \vec{F} = \vec{\nabla}(\vec{\nabla} \cdot \vec{F}) - \vec{\nabla}^2 \vec{F}$$

და გავითვალისწინოთ ამპერის კანონი. მივიღებთ

$$\vec{\nabla}(\vec{\nabla} \cdot \vec{E}) - \vec{\nabla}^2 \vec{E} = -j\omega\mu(\sigma\vec{E} + j\omega\varepsilon\vec{E})$$

თუ დავუშვებთ რომ არ გვაქვს თავისუფალი მუხტები ($\rho = 0$)

$\varepsilon\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = 0$ და გვექნება

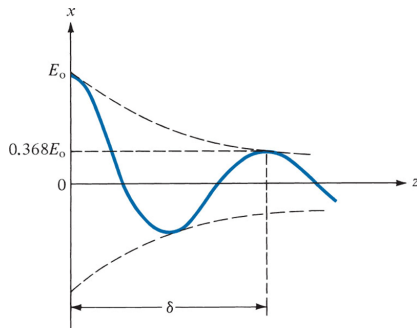
$$\vec{\nabla}^2 \vec{E} - \underbrace{j\omega\mu(\sigma + j\omega\varepsilon)}_{\gamma^2} \vec{E} = 0$$

ესაა ერთგვაროვანი ტალღური განტოლება. γ არის მოცემულ გარემოში გავრცელების მუდმივა.

$$\vec{\nabla}^2 \vec{E} - \gamma^2 \vec{E} = 0$$

ანალოგიურად გვექნება

$$\vec{\nabla}^2 \vec{H} - \gamma^2 \vec{H} = 0$$



$$\underbrace{\gamma}_{\text{გავრცელების მუდმივა}} = \underbrace{\alpha}_{\text{მიღების მუდმივა}} + j \underbrace{\beta}_{\text{ფაზური მუდმივა}}$$

$$\nabla^2 \vec{E} - \gamma^2 \vec{E} = 0 \Rightarrow \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial z^2} - \gamma^2 \vec{E} = 0$$

დავუშვათ გავრცელება ხდება Z მიმართულებით. მაშინ

$$\frac{\partial \vec{E}}{\partial x} = \frac{\partial \vec{E}}{\partial y} = 0$$

$$\frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial z^2} - \gamma^2 \vec{E} = 0$$

ამ განტოლების ამოხსნა არის +Z მიმართულებით გავრცელებადი ტალღა $E = E_0 e^{-\gamma z}$. ამ განტოლებაში თუ ჩავსვამთ $\gamma = \alpha + j\beta$ მივიღებთ

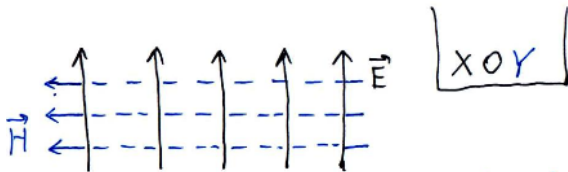
$$E = E_0 \underbrace{e^{-\alpha z}}_{\text{მიღება}} \underbrace{e^{-j\beta z}}_{\text{ფაზა}}$$

ანალოგიურად გვექნება $\vec{H}$ ველისათვის



ბრტყელი ტალღა თავისუფალ სივრცეში

დავუშვათ $\sigma = 0$, $\varepsilon = \varepsilon_0$, $\mu = \mu_0$, $\alpha = 0$. მაშინ გვექნება:
 $\beta = \omega \sqrt{\mu_0 \varepsilon_0} = \frac{\omega}{c}$, $\lambda = \frac{2\pi}{\beta}$ დავუშვათ გვაქვს ერთგვაროვანი
 ბრტყელი ტალღა რომელიც არ იცვლება ორი x და y მიმარ-
 თულებით. ეს გვაძლევს ურთიერთმართობულ E და H ველებს,
 რომლებიც ვრცელდება $\pm Z$ მიმართულებით.



ველები ნაჩვენებია სურათზე. გავრცელება კი ხდება
 სიბრტყიდან ზემოთ ჩვენი მიმართულებით. რატომ?

მაქსველის განტოლებები უდანაკარგო დიალექტრიკისთვის
($\sigma = 0 \Rightarrow \vec{J} = 0$) გვექნება

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\mu \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} \quad (4)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = \varepsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad (5)$$

გავშალოთ კომპონენტებად

$$\begin{aligned} & \vec{u}_x \left(\cancel{\frac{\partial E_z}{\partial y}}^0 - \frac{\partial E_y}{\partial z} \right) + \vec{u}_y \left(\frac{\partial E_x}{\partial z} - \cancel{\frac{\partial E_z}{\partial x}}^0 \right) + \vec{u}_z \left(\cancel{\frac{\partial E_y}{\partial x}}^0 - \cancel{\frac{\partial E_x}{\partial y}}^0 \right) = \\ & - \mu \frac{\partial}{\partial t} (H_x \vec{u}_x + H_y \vec{u}_y + H_z \vec{u}_z) \end{aligned} \quad (6)$$

$$\vec{u}_x \left(\frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} \right) + \vec{u}_y \left(\frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} \right) + \vec{u}_z \left(\frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} \right) = \varepsilon \frac{\partial}{\partial t} (E_x \vec{u}_x + E_y \vec{u}_y + E_z \vec{u}_z) \quad (7)$$

მაგრამ ველის განივობის გამო $H_z = E_z = 0$ და გვექნება

$$-\frac{\partial E_y}{\partial z} = -\mu \frac{\partial H_x}{\partial t}, \quad \frac{\partial H_x}{\partial z} = \varepsilon \frac{\partial E_y}{\partial t} \quad (8)$$

$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial z^2} = \mu \frac{\partial}{\partial z} \frac{\partial H_x}{\partial t} = \mu \frac{\partial}{\partial t} \varepsilon \frac{\partial E_y}{\partial t} = \mu \varepsilon \frac{\partial^2 E_y}{\partial t^2} \quad (9)$$

მივიღეთ ტალღური განტოლება

$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial z^2} - \mu \varepsilon \frac{\partial^2 E_y}{\partial t^2} = 0 \quad (10)$$

ტალღა ვრცელდება $\pm Z$ მიმართულებით სიჩქარით
 $u = \frac{1}{\sqrt{\mu\epsilon}} = 3 \cdot 10^8 m/s$ ვაკუუმში.



გარემოს იმპედანსი

ავირჩიოთ დადებითი მიმართულებით გავრცელებადი ტალღა. მაშინ E_y ზოგადი სახე იქნება

$$E_y = f\left(t - \frac{z}{u}\right) \quad (11)$$

ჩავსვათ ეს (9) პირველ განტოლებაში და გვექნება

$$-\frac{1}{u}f'\left(t - \frac{z}{u}\right) = \mu \frac{\partial H_x}{\partial t} \quad (12)$$

გავყოთ ორივე მხარე μ ზე, ავიღოთ ინტეგრალი დროის მიხედვით და გავითვალისწინოთ, რომ $\frac{1}{u\mu} = \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}}$. მივიღებთ

$$H_x = -\sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}}f\left(t - \frac{z}{u}\right) = -\sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}}E_y = -\frac{E_y}{\eta} \quad (13)$$

$\eta_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} \approx 377 \approx 120\pi \Omega$ ვაკუუმის იმპედანსია. ანალოგიურად მივიღებთ $H_y = \frac{E_x}{\eta}$