

## ლექცია 18

### 4.1 სიგნალები ამასიტუდური მოდულაციით

სანამ შევისწავლიდეთ მოდულირებული სიგნალების ამ უმარტივეს სახეს, განვიხილოთ მოკლედ ზოგიერთი საკითხი, რომლებიც ეხება ნებისმიერი სახის მოდულაციის პრინციპებს.

#### 4.1.1. გადამტანი რხების ცენტრი

იდეა მეთოდისა, რომელიც საშუალებას იძლევა გადავიტანოთ სიგნალის სპექტრი მაღალი სიხშირეების არეში, მდგომარეობს შემდეგში. უწინარეს ყოვლისა გადამტებში ფორმირდება დამხმარე მაღალსიხშირული სიგნალი, რომელსაც ეწოდება **გადამტანი რხევა**. მისი მათემატიკური მოდელი  $u_{\text{გად}}(t) = f(t; a_1, a_2, \dots, a_m)$  ისეთია, რომ გვაქვს პარამეტრების რადაც  $a_1, a_2, \dots, a_m$  ერთობლიობა. ვთქვათ  $s(t)$  დაბალსიხშირული შეტყობინებაა, რომელიც ექვემდებარება რადიოარხით გადაცემას. თუ, უკიდურეს შემთხვევაში, მითითებული პარამეტრებიდან ერთ-ერთი იცვლება დროში გადასაცემი შეტყობინების პროპორციულად, მაშინ გადამტანი რხევა იძენს ახალ თვისებას – ის თავის თავში შეიცავს ინფორმაციას, რომელიც თავდაპირველად მოთავსებული იყო  $s(t)$  სიგნალში.

სწორედ გადამტანი რხევის პარამეტრების მართვის ფიზიკური პროცესი წარმოადგენს მოდულაციას.

რადიოტელეკომუნიკაციის ფართო გავრცელება პროცესის სისტემებმა, რომლებიც გადამტან რხევად იყენებენ მარტივ პარმონიულ რხევას

$$u_{\text{გად}}(t) = U \cos(\omega t + \varphi_0), \quad (4.1)$$

რომელსაც გააჩნია სამი თავისუფალი პარამეტრი  $U$ ,  $\omega$  და  $\varphi$ .

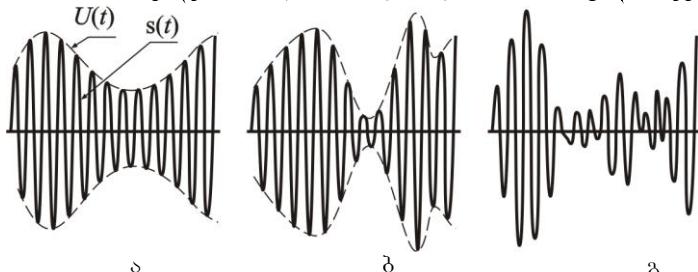
ამა თუ იმ პარამეტრის დროში ცვლილებით შეიძლება მივიღოთ მოდულაციის სხვადასხვა სახეები.

#### 4.1.2. ამასიტუდური მოდულაციის პრინციპი

თუ ცვლადი აღმოჩნდება  $U(t)$  სიგნალის ამპლიტუდა, ამასთან დანარჩენი ორი  $\omega$  და  $\varphi$  პარამეტრი უცვლელი, მაშინ გვექნება გადამტანი რხევის **ამპლიტუდური მოდულაცია**. ამპლიტუდურ-მოდულირებული, ანუ ამ-სიგნალის ჩაწერის ფორმა ასეთია:

$$u_{\text{ამ}}(t) = U(t) \cos(\omega_0 t + \varphi_0) \quad (4.2)$$

**ამ-სიგნალის ოსცილოგრამას აქვს მახასიათებელი სახე (ნახ. 4.1). ყურადღებას იქცევს გრაფიკის სიმეტრია დროის დერძის მიმართ. (4.2) ფორმულის შესაბამისად ამ-სიგნალი არის  $U(t)$  მომცლებისა და  $\cos(\omega_0 t + \varphi_0)$  პარმონიული შეჯების**



ნახ. 4.1. ამ-სიგნალები მოდულაციის სხვადასხვა სიდრმეებისას: α – არალრმა მოდულაცია; β – დრმა მოდულაცია; γ – გადამოდულაცია

ნამრავლი. პრაქტიკულად საინტერესო შემთხვევების უმეტესობაში მომცლები იცვლება დროში უფრო ნელა, ვიდრე მაღალ-სიხშირული შევსება.

ამპლიტუდური მოდულაციის დროს  $U(t)$  მომცლება და მამოდულირებელ  $s(t)$  სასარგებლო სიგნალს შორის კავშირი მიღებულია განისაზღვროს შემდგენაირად:

$$U(t) = U_m[1 + M s(t)]. \quad (4.3)$$

აქ  $U_m$  მუდმივი კოეფიციენტია, რომელიც უდრის გადამტანი რევის ამპლიტუდას მოდულაციის არარსებობის დროს,  $M$  - ამპლიტუდური მოდულაციის კოეფიციენტი.

სიდიდე  $M$  ახასიათებს ამპლიტუდური მოდულაციის სიდრმეს. ამ ტერმინის აზრი განიმარტება ამ-სინალების ოსცილოგრამებით, რომლებიც გამოსახულია ნახ. 4.1, ა-გ.

მოდულაციის მცირე სიდრმის დროს მომცლების ფარდობითი ცვლილება დიდი არ არის, ე. წ.  $|M s(t)| \ll 1$  დროის ყოველ მომენტში დამოუკიდებელად  $s(t)$  სიგნალის ფორმისაგან.

თუ დროის მომენტში, როცა  $s(t)$  სიგნალი აღწევს ექსტრემალურ მნიშვნელობებს, ადგილი აქვს მიახლოებით ტოლობებს  $M s_{\max}(t) \approx 1$  ან  $M s_{\min}(t) \approx -1$ , მაშინ ლაპარაკობენ დრმა ამპლიტუდურ მოდულაციაზე. ხანდახან დამატებით შემოაქვთ ზემოთ მოდულაციის ფარდობითი კოეფიციენტი

$$M_b = (U_{\max} - U_m) / U_m$$

და ქვემოთ მოდულაციის ფარდობითი კოეფიციენტი

$$M_d = (U_m - U_{\min}) / U_m$$

**ამ-სიგნალები** მოდულაციის მცირე სიღრმით რადიოარხებში არ არის მიზანშეწონილი გადამცემის სიმძლავრის არასრული გამოყენების გამო. ამავე დროს 100%-იანი მოდულაცია ზემოთ ( $M_d > 1$ ) ორჯერ ამაღლებს რევენების ამპლიტუდას მოდულირებული შეტყობინების პიკური მნიშვნელობებისას. ამ ამპლიტუდის შემდგომ ზრდას, როგორც წესი, მივყევართ არასასურველ დამახინჯებებამდე გადამცემის გამოსასვლელი კასკადების გადატვირთვის გამო.

ნაკლებ საშიში არ არის ღრმა ამპლიტუდური მოდულაცია ქვემოთ. ნახ. 4.1.გ გამოსახულია ეგრეთწოდებული გადამოდულაცია ( $M_d > 1$ ). აქ მომვლების ფორმა წყვეტს მოდულირებული სიგნალის ფორმის გამეორებას.

#### 4.1.3. მოდულაციის ამაღიტუდური მოდულაცია

უმარტივესი ამ-სიგნალი შეიძლება მივიღოთ იმ შემთხვევაში, როცა მამოდულირებულ დაბალსიხშირულ სიგნალს წარმოადგენს  $\Omega$  სიხშირიანი ჰარმონიული რევენა. ასეთ სიგნალს

$$u_{\text{ამ}}(t) = U_m [1 + M \cos(\Omega t + \Phi_0)] \cos(\omega_0 t + \varphi_0) \quad (4.4)$$

ეწოდება ერთტონალური ამ-სიგნალი.

გამოვარკვით, შეიძლება თუ არა ასეთი სიგნალი წარმოვიდგინოთ სხვადასხვა სიხშირიანი მარტივი ჰარმონიული რევენების ჯამად. კოსინუსების ნამრავლის ცნობილი ტრიგონომეტრიული ფორმულის ( $\cos x \cos y = 1/2 [\cos(x+y) + \cos(x-y)]$ ) გამოყენებით, (4.4) გამოსახულებიდან მივიღებთ

$$\begin{aligned} u_{\text{ამ}}(t) = & U_m \cos(\omega_0 t + \varphi_0) + \frac{U_m M}{2} \cos[(\omega_0 + \Omega)t + \varphi_0 + \Phi_0] + \\ & + \frac{U_m M}{2} \cos[(\omega_0 - \Omega)t + \varphi_0 - \Phi_0]. \end{aligned} \quad (4.5)$$

ფორმულა (4.5) ადგენს ერთტონალური ამ-სიგნალის სპექტრალურ შემადგენლობას. მიღებულია შემდეგი ტერმინოლოგია:  $\omega_0$  - გადამტანი სიხშირე,  $\omega_0 + \Omega$  - ზედა გვერდითი სიხშირე,  $\omega_0 - \Omega$  - ქვედა გვერდითი სიხშირე.

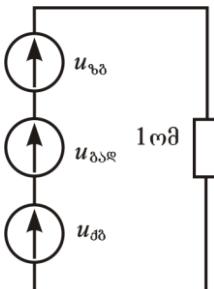
(4.5) ფორმულის მიხედვით სპექტრალური დიაგრამის აგვისას საჭიროა უწინარეს ყოვლისა ყურადღება მივაქციოთ ზედა და ქვედა გვერდითი რევენების ამპლიტუდების ტოლობას,

ასევე ამ სპექტრალური შემდგენლების განლაგების სიმეტრიას გადამტანი რხევების მიმართ.

ერთონალური მოდულაცია სიმეტრიულია, ანუ  $M_{\text{b}} = M_{\text{d}} = M$

#### 4.14. ამ-სიმაღლის მცნობათიაზული მახასიათებლები

განვიხილოთ გადამტანი და გეერდითი რხევების სიმძლავრეების თანაფარდობის საკითხი. ერთონალური ამ-სიგნალის წყარო ექვივალენტურია პარმონიული რხევების სამი მიმდევრობით ჩართული წყაროსი:



ნახ. 4.2

$$u_{\text{გად}}(t) = U_m \cos(\omega_0 t + \varphi_0),$$

$$u_{\text{ბად}}(t) = \frac{U_m M}{2} \cos[(\omega_0 + \Omega)t + \varphi_0 + \Phi_0],$$

$$u_{\text{და}}(t) = \frac{U_m M}{2} \cos[(\omega_0 - \Omega)t + \varphi_0 - \Phi_0].$$

გარკვეულობისათვის დავუშვათ, რომ ესენია მმდინარეობის წყაროები, რომლებიც შეერთებულია მიმდევრობით და დატვირთულია ერთეულ რეზისტორზე. მაშინ ამ-სიგნალის მისი სიმძლავრე შეიძლება რიცხობრივად ტოლი იყოს ჯამური ძაბვის კვადრატის:

$$P_{\text{ამ}}(t) = u_{\text{გად}}^2 = u_{\text{გად}}^2 + u_{\text{ბად}}^2 + u_{\text{და}}^2 + 2u_{\text{გად}}u_{\text{ბად}} + 2u_{\text{გად}}u_{\text{და}} + 2u_{\text{ბად}}u_{\text{და}} \quad (4.6)$$

((4.6) გამოხასულება შეიცავს როგორიც საკუთარი სიმძლავრეების წყაროების, ასევე ურთიერთსიმძლავრეების, პროპორციულების წყალის წყვილად დაჯჭრებებული ძიების ხამრავლას).

იმისათვის, რომ ვიპოვოთ სიგნალის საშუალო სიმძლავრე,  $p(t)$  სიდიდე აუცილებელია გავასაშუალოთ დროის საკმაოდ

$$\text{დიდ } T \text{ მონაკვეთზე: } \langle p_{\text{ამ}} \rangle = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T p(t) dt.$$

ადვილად დავრწმუნდებით, რომ გასაშუალოებისას ყველა ურთიერთ სიმძლავრეები მოგვცემენ ნულოვან შედეგს, ამიტომ ამ-სიგნალის საშუალო სიმძლავრე აღმოჩნდება გადამტანი და გვერდითი რხევების საშუალო სიმძლავრეების ჯამის ტოლი:

$$\langle p_{\text{ამ}} \rangle = \langle p_{\text{გად}} \rangle + [\langle p_{\text{ბად}} \rangle + \langle p_{\text{და}} \rangle] = \frac{U_m^2}{2} + \frac{U_m^2 M^2}{4} \quad (4.7)$$

აქედან გამომდინარეობს, რომ

$$[\langle p_{\text{ბად}} \rangle + \langle p_{\text{და}} \rangle] / \langle p_{\text{გად}} \rangle = \frac{U_m^2 M^2}{4} / \frac{U_m^2}{2} = \frac{M^2}{2} \quad (4.8)$$

ასე რომ, 100%-იანი მოდულაციის ( $M = 1$ ) დროსაც კი ორივე გვერდითი რხევის სიმძლავრის წილი შეადგენს არამოდულირებული გადამტანი რხევის სიმძლავრის მხოლოდ 50%. რამდენადაც ინფორმაცია შეტყობინების შესახებ ჩადებულია გვერდით რხევებში, შეიძლება აღინიშნოს სიმძლავრის გამოყენების არაეფექტურობა ამ-სიგნალის გადაცემისას.

#### 4.1.5 ამაქტულური მოდულაცია რთული გამოდულირებელი სიმაღლის დროს

პრაქტიკაში ერთტონალური ამ-სიგნალები იშვიათად გამოიყენება. უფრო მეტად რეალურია შემთხვევა, როცა მამოდულირებელ დაბალსის შირულ სიგნალს აქვს რთული სპექტრალური შემადგენლობა. ასეთი სიგნალის მათემატიკური მოდელი შეიძლება იყოს, მაგალითად ტრიგონომეტრიული ჯამი

$$s(t) = \sum_{i=1}^N a_i \cos(\Omega_i t + \Phi_i). \quad (4.9)$$

აქ  $\Omega_i$  სიხშირეები ქმნიან მოწესრიგებულ ზრდად მიმდევრობას  $\Omega_1 < \Omega_2 < \dots < \Omega_N$ , იმ დროს როცა,  $a_i$  ამპლიტუდები და  $\Phi_i$  საწყისი ფაზები - ნიბისმიერია.

(4.9) ფორმულის ჩასმით (4.3)-ში, მივიღებთ

$$u_{\text{ამ}}(t) = U_m [1 + \sum_{i=1}^N M \alpha_i \cos(\Omega_i t + \Phi_i)] \cos(\omega_0 t + \varphi_0) \quad (4.10)$$

შემოვიტანოთ **მოდულაციის პარციალური (ნაწილობრივი)** კოეფიციენტების ერთობლიობა  $M_i = M \alpha_i$  (4.11)

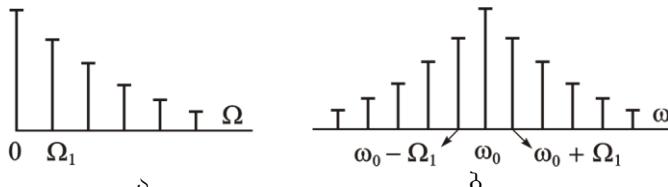
და ჩავწეროთ რთულადმოდულირებული (მრავალტონალური) ამ-სიგნალის ანალიზური გამოსახულება ფორმით, რომელიც განაზოგადებს (4.4) გამოსახულებას:

$$u_{\text{ამ}}(t) = U_m [1 + \sum_{i=1}^N M_i \cos(\Omega_i t + \Phi_i)] \cos(\omega_0 t + \varphi_0). \quad (4.12)$$

სპექტრალური გაშლა ხდება ისევე, როგორც ერთტონალური ამ-სიგნალისა:

$$\begin{aligned} u_{\text{ამ}}(t) &= U_m \cos(\omega_0 t + \varphi_0) + \sum_{i=1}^N \frac{U_m M_i}{2} \cos[(\omega_0 + \Omega_i)t + \varphi_0 + \Phi_i] + \\ &+ \sum_{i=1}^N \frac{U_m M_i}{2} \cos[(\omega_0 - \Omega_i)t + \varphi_0 - \Phi_i] \end{aligned} \quad (4.13)$$

ნახ. 4.3.ა გამოსახულია მამოდულირებელი სიგნალის სპექტრალური დიაგრამა, რომელიც აგებულია (4.9) ფორმულის შესაბამისად. ნახ. 4.3.ბ ასახავს მრავალტონალური ამ-სიგნალის სპექტრალურ დიაგრამას, რომელიც პასუხობს ამ მამოდულირებელ რჩევას.



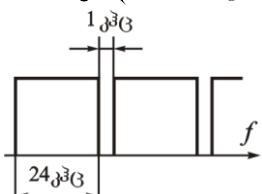
ნახ. 4.3. სპექტრალური დიაგრამები: ა – მამოდულირებელი სიგნალის; ბ – ამ-სიგნალისა მრავალტონალური მოდულაციისას

ამრიგად, როგორც დამოდულირებული ამ-სიგნალის სპექტრში გადამტანი რჩევის გვერდით, არის ზედა და ქვედა გვერდითი რჩევების ჯგუფები. ზედა გვერდითი რჩევების სპექტრი წარმოადგენს მამოდულირებელი სიგნალის სპექტრის ასლს, რომელიც დაძრულია მაღალი სიხშირეების არეში ღი სიდიდით.

ქვედა გვერდითი სიხშირეების სპექტრი ასევე იმეორებს  $s(t)$  სიგნალის სპექტრალურ დიაგრამას, მაგრამ განლაგდება სარკისებურად გადამტანი სიხშირის ღი მიმართ.

ნათქვამიდან გამოდინარეობს მნიშვნელოვანი შედეგი: ამ-სიგნალის სპექტრის სიგანე ტოლია მამოდულირებელი დაბალსიხშირეული სიგნალის უდიდესი სიხშირის გაორმაგებული მნიშვნელობისა.

**გაგალითი 4.1.** განხაზღვეთ მაუწყებელი რადიოარხების რიცხვი,



რომელიც შეიძლება მოთავსებეს 0.5-დან 1.5 მტკ სიხშირეთა დიაპაზონში (საშუალობა-ლდოვანი სამაუწყებლო დაიაპაზონის დააბლობით სა ზღვრებში).

რადიომაუწყებელი სიგნალების დამაკმაყილებელი კვლავწარმოებისათვის აუცილებელია 100 მტკ-დან 12 მტკ-მდე ბეჭრითი სიხშირეების კვლავწარმოება. ამგვარად, სიხშირეთა ზოლი, რომელიც მიიყვანება ერთ ამ-არხზე, ტოლია 24 მტკ. იმისათვის, რომ თავიდან აკიცილოთ ჯგარედინი ხელშემლები არხებს შორის, საჭიროა გაფითვალისწინო დამტავი ინტერვალი 1 მტკ სიგნალით. ამიტომ არხების დასაშვები რიცხვია  $N = (1.5 \cdot 0.5) \cdot 10^6 / (25 \cdot 10^3) = 40$ .

ნახ. 4.4

ნახ. 4.4-ზე მოყვანილია სიხშირეთა ზოლები