ფაზორები

შესავალი

1. რა არის ფაზორი
   - კომპლექსური რიცხვები
2. ფაზორების გამოყენება
   - მყისიერი და ფაზური ფორმები
   - დიფერენცირება და ინტეგრება ფაზორების გამოყენებით
3. მაგალითები

რა არის ფაზორი

ფაზორი არის კომპლექსური რიცხვი, რომელიც შეიცავს სინუსოიდალური რხევის ამპლიტუდას და ფაზას.

$$I(t) = \underbrace{r}_{\text{ამპლიტუდა}} cos(\omega t + \underbrace{\phi}_{\text{ფაზა}}) \Longleftrightarrow I_s = re^{j\phi}$$

$$j \equiv \sqrt{-1}$$

ზოგადად

$$I_s = re^{j\phi} = rcos(\phi) + j \cdot rsin(\phi)$$

რატომ ვიყენებთ ფაზორებს?

მაქსველის განტოლებები შეიცავენ დროის მიხედვით წარმოებულებს. ფაზორების გამოყენებით დიფერენცირება ადვილად გამოითვლება გამრავლების გამოყენებით.

კომპლექსური რიცხვების თვისებები

მოცემულია

$$z = x + jy = r\underline{/\phi}$$

$$z_1 = x_1 + jy_1 = r_1\underline{/\phi_1}$$

$$z_2 = x_2 + jy_2 = r_2\underline{/\phi_2}$$

შეკრება $z = z_1 + z_2 = x_1 + x_2 + j(y_1 + y_2)$.

გამოკლება $z = z_1 - z_2 = x_1 - x_2 + j(y_1 - y_2)$.

გამრავლება $z = z_1 \cdot z_2 = r_1 \cdot r_2\underline{/\phi_1 + \phi_2}$.

გაყოფა $z = z_1/z_2 = r_1/r_2\underline{/\phi_1 - \phi_2}$.

ფესვის ამოღება $z = \sqrt{z_1} = \sqrt{r_1}e^{j\phi_1/2}$

ახარისხება $z = z_1^n = r_1^n e^{j\phi_1 \cdot n}$

კომპლექსური შეუღლება $z = z_1^* = x_1 - jy_1 = r_1 e^{-j\phi_1}$

მყისიერი და ფაზური ფორმები

მყისიერი ფორმა → ფაზური ფორმა

$$I(t) = rcos(\omega t + \phi) \rightarrow I_s = r\underline{/\phi}$$

ფაზური ფორმა → მყისიერი ფორმა

$$I_s = r\underline{/\phi} = re^{j\phi}$$

$$Re\{I_s\} = Re\{r(cos(\phi) + jsin(\phi))\} = rcos(\phi)$$

$$Re\{I_s e^{j\omega t}\} = Re\{re^{(j\phi + j\omega t)}\} = rcos(\omega t + \phi)$$

$$I(t) = Re\{I_s e^{j\omega t}\}$$

მყისიერი და ფაზური ფორმები

მყისიერი ფორმა $\rightarrow$ ფაზური ფორმა

$$I(t) = rcos(\omega t + \phi) \rightarrow I_s = r\angle\phi$$

ფაზური ფორმა $\rightarrow$ მყისიერი ფორმა

$$I_s = r\angle\phi = re^{j\phi}$$

$$\xcancel{Re\{I_s\} = Re\{r(cos(\phi) + jsin(\phi))\} = rcos(\phi)}$$ შეცდომაა

$$Re\{I_s e^{j\omega t}\} = Re\{re^{(j\phi + j\omega t)}\} = rcos(\omega t + \phi)$$

$$I(t) = Re\{I_s e^{j\omega t}\}$$

დიფერენცირება და ინტეგრება ფაზორების გამოყენებით

$$\frac{\partial A}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t}\mathrm{Re}\{A_s e^{j\omega t}\} = \mathrm{Re}\{A_s j\omega e^{j\omega t}\}$$

$$\underline{A \to A_s}$$

$$\frac{\partial A}{\partial t} \to j\omega A_s$$

$$\int A dt \to \frac{A_s}{i\omega}$$

$A(t)$: დროზე დამოკიდებული. ნამდვილი
A_s: დროზე დამოუკიდებული. კომპლექსური

1. გამოთვალე კომპლექსური რიცხვი

გამოთვალე კომპლექსური რიცხვი $\boxed{j^3 \left[\frac{1+j}{2-j}\right]^2}$

1. გამოთვალე კომპლექსური რიცხვი

გამოთვალე კომპლექსური რიცხვი $\boxed{j^3 \left[\dfrac{1+j}{2-j}\right]^2}$

$$j^3 = -j$$

1. გამოთვალე კომპლექსური რიცხვი

გამოთვალე კომპლექსური რიცხვი $\boxed{j^3\left[\frac{1+j}{2-j}\right]^2}$

$$j^3 = -j$$

$$\frac{1+j}{2-j} = \frac{1+j}{2-j}\cdot\frac{2+j}{2+j} = \frac{2+j+2j-1}{2^2+1^2} = \frac{1+3j}{5}$$

1. გამოთვალე კომპლექსური რიცხვი

გამოთვალე კომპლექსური რიცხვი $\boxed{j^3\left[\frac{1+j}{2-j}\right]^2}$

$$j^3 = -j$$

$$\frac{1+j}{2-j} = \frac{1+j}{2-j}\cdot\frac{2+j}{2+j} = \frac{2+j+2j-1}{2^2+1^2} = \frac{1+3j}{5}$$

$$\boxed{j^3\left[\frac{1+j}{2-j}\right]^2 = -j\left(\frac{1+3j}{5}\right)^2 = -j\,\frac{1+6j-9}{25} = \frac{6+j8}{25}}$$

2. იპოვნე ფაზური ფორმა

$$\vec{P} = 2sin(10t + x - \frac{\pi}{4})\vec{a}_y \rightarrow \vec{P}_s = ?$$

2. იპოვნე ფაზური ფორმა

$$\vec{P} = 2sin(10t + x - \frac{\pi}{4})\vec{a}_y \rightarrow \vec{P}_s = ?$$

$$cos(0) = sin(\frac{\pi}{2}) = 1$$

2. იპოვნე ფაზური ფორმა

$$\vec{P} = 2sin(10t + x - \frac{\pi}{4})\vec{a}_y \rightarrow \vec{P}_s = ?$$

$$cos(0) = sin(\frac{\pi}{2}) = 1$$

$$\vec{P} = 2cos(10t + \underbrace{x - \frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{2}}_{\phi})\vec{a}_y$$

2. იპოვნე ფაზური ფორმა

$$\vec{P} = 2sin(10t + x - \frac{\pi}{4})\vec{a}_y \rightarrow \vec{P}_s = ?$$

$$cos(0) = sin(\frac{\pi}{2}) = 1$$

$$\vec{P} = 2cos(10t + \underbrace{x - \frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{2}}_{\phi})\vec{a}_y$$

$$\vec{P}_s = 2e^{j(x - \frac{3\pi}{4})}\vec{a}_y$$

3.ვიპოვნოთ მყისიერი ფორმა

$$\vec{Q}_s = e^{jx}(\vec{a}_x - \vec{a}_z)sin(\pi y) \rightarrow \vec{Q}(t) =?$$

3.ვიპოვნოთ მყისიერი ფორმა

$$\vec{Q}_s = e^{jx}(\vec{a}_x - \vec{a}_z)sin(\pi y) \rightarrow \vec{Q}(t) =?$$

$$\boxed{ae^{j\phi} \rightarrow acos(\omega t + \phi)}$$

3.ვიპოვნოთ მყისიერი ფორმა

$$\vec{Q}_s = e^{jx}(\vec{a}_x - \vec{a}_z)sin(\pi y) \rightarrow \vec{Q}(t) =?$$

$$\boxed{ae^{j\phi} \rightarrow acos(\omega t + \phi)}$$

$$\vec{Q}(t) = sin(\pi y)cos(\omega t + x)(\vec{a}_x - \vec{a}_z)$$