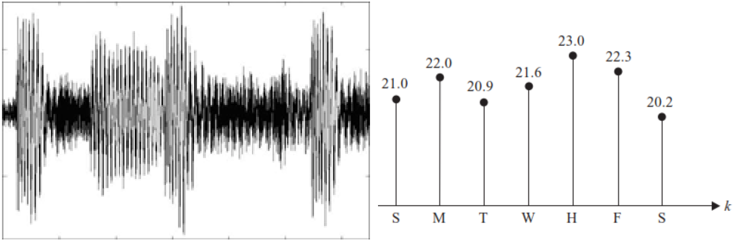
ლექცია 2: შესავალი სიგნალებში

შესავალი

სიგნალების კლასიფიკაცია

(i) დროში უწყვეტი და დროში წყვეტილი;
(ii) ანალოგური და ციფრული;
(iii) პერიოდული და არაპერიოდული;
(iv) ენერგია და სიმძლავრე;
(v) დეტერმინისტული და შემთხვევითი;
(vi) ლუწი და კენტი.

დროში უწყვეტი და დროში წყვეტილი სიგნალები

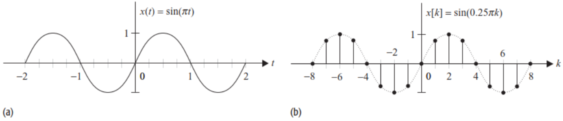


სურ 1: დროში უწყვეტი და დროში წყვეტილი სიგნალები

დროში უწყვეტი და დროში წყვეტილი სიგნალები

CT სიგნალები: ვიცით სიგნალის მნიშვნელობა დროის ყველა მომენტისათვის.
CT სიგნალები შეიძლება იყოს წყვეტილი მნიშვნელობის მიხედვით.
DT სიგნალები: ვიცით სიგნალი, მხოლოდ დროის რაღაც მომენტებში $t_1, t_2, t_3, \cdots$. მათ შორის არის კერძო შემთხვევა, როცა $t_n = T \cdot n$.
აღსანიშნავია, რომ DT სიგნალები შეიძლება არ იყოს დროითი სიგნალი. მაგ. ციფრული კამერის მიერ შექმნილი სურათი.ამ შემთხვევაში სიგნალი არის არა ერთ არამედ 2 განზომილებიანი. image(m, n) აღნიშნავს პოზიციას m, n.
დავუშვათ , შეგვიძლია აღვწეროთ სიგნალი რაღაც მათემატიკური მოდელით, როგორც t დროის ფუნქცია.ვთქვათ გვაქვს რაღაც დროითი შუალედი T და ავიღოთ სიგნალი of $k \cdot T$ დროით მომენტებში. ამ შემთხვევაში ვამბობთ რომ CT არის დისკრეტიზირებული დისსკრეტიზაციის დროით T.

დროში უწყვეტი და დროში წყვეტილი სიგნალები

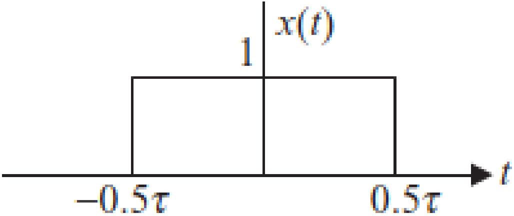


სურ 2: დისკრეტიზირებული სიგნალი

მაგალითი:
განვიხილოთ CT სიგნალი $x(t) = \sin(\pi t)$, რომელიც მოცემულია ზემოთ სურათზე. გააკეთეთ დისკრეტიზირება ინტერვალით $T = 0.25$ s, და დახაზეთ მიღებული დისკრეტული სიგნალი არეში $-8 \leq k \leq 8$.

ამოხსნა:
ჩავსვათ $t = kT$, tსიგნალ $x(t)$ დისკრეტული ვარიანტი იქნება $x[kT] = \sin(\pi k \cdot T) = \sin(0.25\pi k)$. (იხ. გვ.21 წიგნში)

დროში უწყვეტი და დროში წყვეტილი სიგნალები



სურ 3: მართკუთხა სიგნალი

მაგალითი:

განვიხილოთ CT სიგნალი

$$x(t) = rect\left(\frac{t}{\tau}\right) = \begin{cases} 1 & |t| \leq \tau/2 \\ 0 & |t| > \tau/2 \end{cases}$$

ამ შემთხვევაში სიგნალი უწყვეტია დროის მიხედვით, მაგრამ წყვეტილია მნიშვნელობების მიხედვით. ასეთ სიგნალს უბან-უბან უწყვეტ სიგნალს უწოდებენ.

ანალოგური და ციფრული სიგნალები

მნიშვნელობების მიხედვით სიგნალი შეიძლება იყოს ანალოგური ან ციფრული. ანალოგურ სიგნალმა შეიძლება მიიღოს ნებისმიერი მნიშვნელობა მინ. და მაქს. მნიშვნელობებს შორის. მაგ. ტემპერატურა, წნევა, დენი, ძაბვა. ციფრული სიგნალი ღებულობს მხოლოდ რაღაც წყვეტილ მნიშვნელობებს, რომელთა რაოდენობა სასრულოა. ბინარული სიგნალი არის ციფრული სიგნალის შემთხვევა, ღებულობს რა მნიშვნელობებს ლოგიკურ ერთს ან ნულს.

პერიოდული და აპერიოდული სიგნალები

CT სიგნალს $x(t)$ ეწოდება პერიოდული თუ აკმაყოფილებს პირობას:

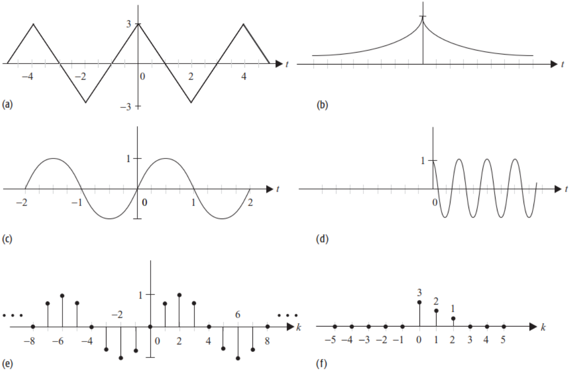
$$x(t) = x(t + T_0)$$

t ნებისმიერი მნიშვნელობისთვის და რაღაც დადებითი T_0. T_0ს უმცირეს დადებით მნიშვლეელობას რომელიც აკმაყოფილებს პერიოდულობის პირობას ეწოდება $x(t)$ს პერიოდი.
ანალოგიურად, DT სიგნალს $x[k]$ ეწოდება პერიოდული თუ აკმაყოფილებს პირობას:

$$x[k] = x[k + K_0]$$

ნებისმიერი დადებითი k და რაღაც დადებითი მუდმივასთვის K_0. უმცირეს დადებით მნიშვნელობას რომელიც აკმაყოფილებს პერიოდულობის პირობას ეწოდება $x[k]$ ფუნდამენტური პერიოდი.სიგნალს, რომელიც არაა პერიოდული ეწოდება *აპერიოდული* ანუ *არა პერიოდული* სიგნალი.

პერიოდული და აპერიოდული სიგნალები



სურ 4: პერიოდული და აპერიოდული სიგნალები

პერიოდული და აპერიოდული სიგნალები

ფუნდამენტური პერიოდის შებრუნებულს ეწოდება ფუნდამენტური სიხშირე. მათემატიკურად ეს ნიშნავს შემდეგს:

$$f_0 = \frac{1}{T_0} \quad \text{CT სიგნალისთვის}$$

$$f_0 = \frac{1}{K_0} \quad \text{DT სიგნალისთვის}$$

სადაც T_0 და K_0 CT და DT სიგნალების ფუნდამენტური პერიოდებია. სიგნალის სიხშირე იძლევა ინფორმაციას თუ როგორ სწრაფად იცვლება სიგნალის ამპლიტუდა. სიხშირის ერთეულია (რ/წმ) ანუ ჰერცი (Hz). ასევე ერთეულად გამოიყენება რადიანი წამში. ვინაიდან ერთ ციკლში (ერთხელ ცვლილება) გვაქვს 2π რადიანი (ან 360°), სიხშირე f_0 ჰერცებში ეკვივალენტურია $2\pi f_0$ რადიანისა წამში.

პერიოდული და აპერიოდული სიგნალები

როცა გამოყენებულია რადიან წამში ერთეული ასეთ სიხშირეს ეწოდება ციკლური სიხშირე და გამოითვლება როგორც:

$$\omega_0 = 2\pi/T_0 \quad \text{CT სიგნალისთვის}$$

$$\Omega_0 = 2\pi/K_0 \quad \text{DT სიგნალისთვის}$$

პერიოდული და აპერიოდული სიგნალები

პერიოდული სიგნალის მაგალითია სინუს ფუნქცია:

$$x(t) = Asin(\omega_0 t + \theta)$$

სინუს ფუნქციას $x(t)$ აქვს ფუნდამენტური პერიოდი $T_0 = 2\pi/\omega_0$.
დამტკიცება:
ჩავსვათ t ნაცვლად $t + T_0$, რაც გვაძლევს

$$x(t + T_0) = Asin(\omega_0 t + \omega_0 T_0 + \theta)$$

ვინაიდან

$$x(t) = Asin(\omega_0 t + \theta) = Asin(\omega_0 t + 2m\pi + \theta)$$

მნიშვნელობებისათვის $m = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$, ზემოთ მოყვანილი ორი გამოსახულება ტოლია თუ $\omega_0 T_0 = 2m\pi$. ავიღოთ $m = 1$ და ფუნდამენტური პერიოდი იქნება $T_0 = 2\pi/\omega_0$.

პერიოდული და აპერიოდული სიგნალები

სინუსოიდური სიგნალი $x(t)$ შეიძლება ასევე გამოისახოს კომპლექსური ექსპონენტის ფორმით. ეილერის იგივეობის გამოყენებით,

$$e^{j(\omega_0 t+\theta)} = cos(\omega_0 t + \theta) + jsin(\omega_0 t + \theta)$$

ვხედავთ რომ $x(t)$ კომპლექსური ექსპონენტის წარმოსახვითი კომპონენტი. აღსანიშნავია რომ კომპლექსური ექსპონენტის რეალური და წარმოსახვითი ნაწილები ორივე პერიოდულია და ფუნდამენტური პერიოდი $T_0 = 2\pi/\omega_0$, შესაძლებელია ვაჩვენოთ რომ $x(t) = e^{j(\omega_0 t+\theta)}$ ასევე პერიოდულია ფუნდამენტური პერიოდით $T_0 = 2\pi/\omega_0$.

პერიოდული DT სიგნალები

თუმცა CT სინუსოიდური სიგნალები პერიოდულია, მათი შესაბამისი DT სიგნალები

$$x[k] = Asin(\Omega_0 k + \theta)$$

შეიძლება არ იყოს პერიოდული. განვიხილოთ DT სინუსოიდის $x[k]$ პერიოდულობის პირობა. დავუშვათ $x[k] = Asin(\Omega_0 k + \theta)$ პერიოდულია პერიოდით K_0. რაც ნიშნავს

$$x[k + K_0] = sin(\Omega_0(k + K_0 + \theta) = sin(\Omega_0 k + \Omega_0 K_0) + \theta)$$

ვინაიდან $x[k]$ შეიძლება გამოვსახოთ როგორც

$$x[k] = sin(\Omega_0 k + 2m\pi + \theta)$$

ფუნდამენტური პერიოდის მნიშვნელობები იქნება $K_0 = 2\pi m/\Omega_0$ როცა $m = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$. ვინაიდან საქმე გვაქვს DT მიმდევრობასთან, ფუნდამენტური პერიოდის K_0 მნიშვნელობები უნდა იყოს მთელი რიცხვები.

პერიოდული DT სიგნალები

სხვაგვარად, $x[k]$ პერიოდულია თუ არსებობს სიმრავლე $m, K_0 \in Z^+$, სადაც Z^+ არ ნიშნავს დადებით მთელ მნიშვნელობებს. ზემოთ მოყვანილი მსჯელობიდან გამომდინარე

Proposition 1

ნებისმიერი DT სინუსოიდური მიმდევრობა

$$x[k] = Asin(\Omega_0 k + \theta)$$

პერიოდულია თუ $\Omega_0/2\pi$ რაციონალური რიცხვია.

ეს რაციონალური რიცხვი გამოითვლება როგორც ორი მთელი რიცხვის ფარდობა.

პერიოდული DT სიგნალები

თუ მოცემული DT სინუსოიდური მიმდევრობა $x[k] = Asin(\Omega_0 k + \theta)$ არის პერიოდული, მისი ფუნდამენტური პერიოდი გამოითვლება როგორც $\Omega_0/2\pi = m/K_0$ ანუ

$$K_0 = 2\pi/\Omega_0 \cdot m \tag{1}$$

Proposition 1. შეიძლება ასევე განივრცოს DT კომპლექსური ექსპონენტის სიგნალებზეც შემდეგნაირად:
(1) სინუსოიდური სიგნალის ფუნდამენტური პერიოდი გამოითვლება (1) ფორმულით, სადაც m არის უმცირესი მთელი რიცხვი რომელიც იძლევა მთელ K_0.
(2) კომპლექსური ექსპონენტა $x[k] = Aexp[j(\Omega_0 k + \theta)]$ ასევე აკმაყოფილებს პერიოდულობის პირობას. ფუნდამენტური პერიოდი მოიცემა (1) ფორმულით.