

Signals and Linear Systems
სიგნალები და წრფივი სისტემები
100pts total
(15pt midterm)

Problem set 1(20pt)

Calculate and plot the zero-state response of an LTI system to $x(t) = u(t-3) - u(t)$ if the impulse response of the system is $h(t) = (1 - |t-1|)[u(t) - u(t-2)]$. You must use the graphical method.

გამოთვალეთ ნულგვანი მდგომარეობის გამოძახილი LTI სისტემისა სიგნალისათვის $x(t) = u(t-3) - u(t)$ თუ სისტემის იმპულსური გამოძახილი მოიცემა როგორც $h(t) = (1 - |t-1|)[u(t) - u(t-2)]$. გამოიყენეთ გრაფიკული მეთოდი.

Problem set 2(20pt)

Calculate the trigonometric CTFS coefficients for the following functions:
გამოთვალეთ ტრიგონომეტრიული ფურიე მწკრივის CTFS კოეფიციენტები სიგნალისათვის

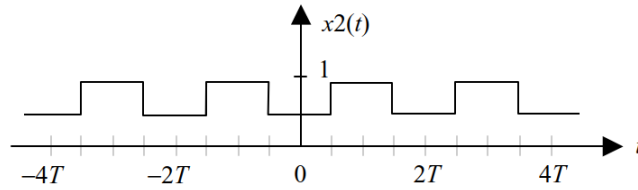
$$x(t) = \cos 7t + \sin(15t + \pi/2);$$

Problem set 3(30pt)

Consider the following periodic functions represented as CTFS:
განვიხილოთ პერიოდული სიგნალი რომელიც მოიცემა ფურიეს მწკრივით:

$$x(t) = \frac{7}{\pi} \sum_{m=0}^{\infty} \sin[8\pi(2m+1)t]$$

- (i) CTFS-დან იპოვნეთ $x(t)$ სიგნალის ფუნდამენტური პერიოდი T_0 .
- (ii) განსაზღვრეთ $x(t)$ სიმეტრია.



სურ 1:

Problem set 3(30pt)

Raised square wave with period $2T$:

აწეული კვადრატული ტალღა სურ.1 პერიოდით $2T$ მოიცემა როგორც

$$x(t) = \begin{cases} 0.5 & -T/2 \leq t < T/2 \\ 1 & T/2 \leq t < 3T/2 \end{cases}$$

გამოთვალეთ ფქსპონენციალური ფურიე მწკრივის კოეფიციენტები.

მითითება: მარტივი გზა იქნება, გამოიყენოთ სიგნალის სიმეტრია და გამოთვალეთ ფურიეს ტრიგონომეტრიული მწკრივის კოეფიციენტები. შემდეგ გამოიყენოთ კავშირი ტრიგონომეტრიული მწკრივის კოეფიციენტებსა და ფქსპონენციალური მწკრივის კოეფიციენტებს შორის.

$$D_n = \begin{cases} a_0 & n = 0; \\ \frac{1}{2} (a_n - jb_n) & n > 0 \\ \frac{1}{2} (a_{-n} + jb_{-n}) & n < 0 \end{cases} \quad (1)$$

1 CTFS ფორმულები

$$x(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos(n\omega_0 t) + b_n \sin(n\omega_0 t)) \quad (2)$$

$$a_0 = \frac{1}{T_0} \int_{\langle T_0 \rangle} x(t) dt \quad (3)$$

$$a_n = \frac{2}{T_0} \int_{\langle T_0 \rangle} x(t) \cos(n\omega_0 t) dt \quad (4)$$

$$b_n = \frac{2}{T_0} \int_{\langle T_0 \rangle} x(t) \sin(n\omega_0 t) dt \quad (5)$$

$$x(t) = \sum_{n=0}^{\infty} D_n e^{jn\omega_0 t} \quad (6)$$

$$D_n = \frac{1}{T_0} \int_{\langle T_0 \rangle} x(t) e^{-jn\omega_0 t} dt \quad (7)$$

$$\begin{aligned}
e^{\pm jt} &= \cos t \pm j \sin t \\
\cos t &= \frac{1}{2}[e^{jt} + e^{-jt}] \\
\sin t &= \frac{1}{2j}[e^{jt} - e^{-jt}] \\
\cos\left(t \pm \frac{\pi}{2}\right) &= \mp \sin t \\
\sin\left(t \pm \frac{\pi}{2}\right) &= \pm \cos t \\
\sin 2t &= 2 \sin t \cos t \\
\cos^2 t + \sin^2 t &= 1 \\
\cos^2 t - \sin^2 t &= \cos 2t \\
\cos^2 t &= \frac{1}{2}(1 + \cos 2t) \\
\sin^2 t &= \frac{1}{2}(1 - \cos 2t) \\
\cos^3 t &= \frac{1}{4}(3 \cos t + \cos 3t) \\
\sin^3 t &= \frac{1}{4}(3 \sin t - \sin 3t) \\
\cos(t \pm \theta) &= \cos t \cos \theta \mp \sin t \sin \theta \\
\sin(t \pm \theta) &= \sin t \cos \theta \pm \cos t \sin \theta \\
\tan(t \pm \theta) &= \frac{\tan t \pm \tan \theta}{1 \mp \tan t \tan \theta} \\
\sin t \sin \theta &= \frac{1}{2}[\cos(t - \theta) - \cos(t + \theta)] \\
\cos t \cos \theta &= \frac{1}{2}[\cos(t + \theta) + \cos(t - \theta)]
\end{aligned}$$

ବ୍ୟୂତ 2: