

ლექცია 6: ელემენტარული სიგნალები



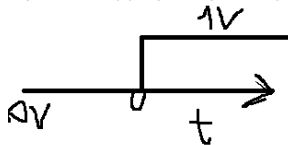
შესავალი

- 1 ერთეულოვანი საფეხუროვანი სიგნალი $u(t)/u[k]$
- 2 მართკუთხა იმპულსი $\Pi(t)$
- 3 სიგნუმ ფუნქცია $sgn(t)$
- 4 ერთეულოვანი წრფივად მზარდი სიგნალი $r(t)$
- 5 სინუსოიდური ტალღები
- 6 $sinc(t)$ ფუნქცია
- 7 ერთეულოვანი იმპულსი ან დირაკის $\delta(t)$ ფუნქცია
- 8 უწყვეტი დროის ექსპონენციალური ფუნქცია



ერთეულოვანი საფეხუროვანი სიგნალი $u(t)/u[k]$

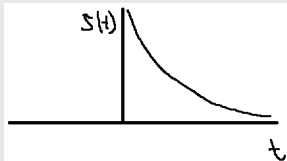
უწყვეტი დროის (CT) ერთეულოვანი საფეხუროვანი ფუნქცია $u(t)$



განისაზღვრება შემდეგნაირად:

$$u(t) = \begin{cases} 1, & t \geq 0 \\ 0 & t < 0 \end{cases}; u(t) = \int_{-\infty}^t \delta(\tau) d\tau$$

მაგალითი 1



$$s(t) = e^{-t}u(t)$$

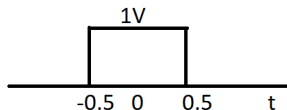
ერთეულოვანი საფეხუროვანი სიგნალი $u(t)/u[k]$

დისკრეტული დროის (DT) ერთეულოვანი საფეხუროვანი ფუნქცია

$u[k]$ განისაზღვრება შემდეგნაირად: $u[k] = \begin{cases} 1, & k \geq 0; \\ 0 & \end{cases}$



მართკუთხა იმპულსი $\Pi(t)$



$$\Pi(t) = \begin{cases} 1, & -0.5 < t < 0.5 \\ 0 & \end{cases}$$

ზოგიერთ წიგნში მას ასევე უწოდებენ $Rect(t)$ ფუნქციას. ეს არის ერთეულოვანი სიგანის $Rect$ ფუნქცია. ზოგად შემთხვევაში:

$$\Pi\left(\frac{t}{\tau}\right) = \begin{cases} 1, & -\tau/2 < t < \tau/2 \\ 0 & \end{cases} \quad (1)$$



მართკუთხა იმპულსი $\Pi(t)$

დისკრეტული დროის (DT) მართკუთხა იმპულსი $rect(k/(2N + 1))$ განისაზღვრება შემდეგნაირად:

$$\Pi\left(\frac{k}{2N + 1}\right) = \begin{cases} 1, & -N/2 < k < N \\ 0 & \end{cases} \quad (2)$$



სიგნუმ ფუნქცია $sgn(t)$

სიგნუმ (ან ნიშნის) ფუნქცია, რომელიც აღინიშნება $sgn(t)$ -ით, განისაზღვრება შემდეგნაირად:

$$sgn(t) = \begin{cases} 1, & t > 0 \\ 0 & , t = 0 \\ -1 & , t < 0 \end{cases} \quad (3)$$

დისკრეტული დროის (DT) სიგნუმ ფუნქცია, რომელიც აღინიშნება $sgn[k]$ -ით, განისაზღვრება შემდეგნაირად:

$$sgn[k] = \begin{cases} 1, & k > 0 \\ 0 & , k = 0 \\ -1 & , k < 0 \end{cases} \quad (4)$$

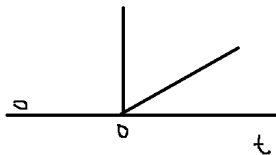


ერთეულოვანი წრფივად მზარდი სიგნალი $r(t)$

$$r(t) = tu(t) = \begin{cases} t, & t \geq 0 \\ 0, & t < 0 \end{cases} \quad (5)$$

დისკრეტული დროის (DT) შემთხვევა:

$$r[k] = ku[k] = \begin{cases} k, & k \geq 0 \\ 0, & k < 0 \end{cases} \quad (6)$$



$$r(t) = \int_{-\infty}^t u(\tau) d\tau$$



სინუსოიდური ტალღები

$$\left. \begin{array}{l} \cos(\omega_0 t + \theta) \\ \sin(\omega_0 t + \theta) \end{array} \right\} \text{ნამდვილი ან}$$

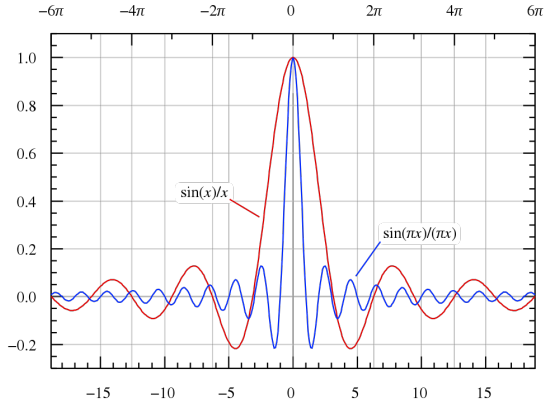
$e^{j(\omega_0 t + \theta)} = \cos(\omega_0 t + \theta) + j \sin(\omega_0 t + \theta)$ - ეილერის ფორმულა.

დისკრეტული დროის (DT) შემთხვევისთვის სინუსოიდურ ტალღას ექნება სახე:

$$x[k] = \sin(\Omega_0 k + \theta) = \sin(2\pi f_0 k + \theta) \quad (7)$$



$\text{sinc}(t)$ ფუნქცია



დისკრეტული დროის (DT) შემთხვევისთვის:

$$\text{sinc}[\Omega_0 k] = \frac{\sin(\pi \Omega_0 k)}{\pi \Omega_0 k} \quad (8)$$

The diagram shows a horizontal axis labeled t with an upward arrow labeled 1 at the origin, representing the Dirac delta function $\delta(t)$. To the right, the following properties are listed:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \delta(t) dt = 1; \quad \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \delta(t) dt = f(0);$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(t)\delta(t-a)dt = f(a); \text{ თუ ინტეგრირების საზღვრები სასრულია:}$$

$$\int_{-T}^T f(t)\delta(t-t_0)dt = \begin{cases} f(t_0), & -T < t_0 < T \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (9)$$

$$\delta(t) = \delta(-t); \delta(t) = \frac{du}{dt}; u(t) = \int_{-\infty}^t \delta(\tau) d\tau;$$

დისკრეტული დროის (DT) შემთხვევისთვის:

$$\delta[k] = u[k] - u[k-1] = \begin{cases} 1, & k = 0 \\ 0, & k \neq 0 \end{cases}$$



უწყვეტი დროის ექსპონენციალური ფუნქცია

უწყვეტი დროის (CT) ექსპონენციალური ფუნქცია, კომპლექსური სიხშირით $s = \sigma + j\omega$, წარმოდგება შემდეგნაირად:

$$x(t) = e^{st} = e^{(\sigma + j\omega)t} = e^{\sigma t} (\cos \omega_0 t + j \sin \omega_0 t) \quad (10)$$

ამრიგად, უწყვეტი დროის (CT) ექსპონენციალური ფუნქცია არის კომპლექსურმნიშვნელობიანი ფუნქცია შემდეგი ნამდვილი და წარმოსახვითი კომპონენტებით:

$$\begin{aligned} \text{ნამდვილი კომპონენტი} \quad \operatorname{Re}\{e^{st}\} &= e^{\sigma t} \cos \omega_0 t \\ \text{წარმოსახვითი კომპონენტი} \quad \operatorname{Im}\{e^{st}\} &= e^{\sigma t} \sin \omega_0 t \end{aligned} \quad (11)$$

ნამდვილი და წარმოსახვითი კომპონენტების არსებობის ან არარსებობის მიხედვით, არსებობს კომპლექსური ექსპონენციალური ფუნქციის ორი კერძო შემთხვევა.



უწყვეტი დროის ექსპონენციალური ფუნქცია

შემთხვევა 1 წარმოსახვითი კომპონენტი ნულის ტოლია ($\omega_0 = 0$)

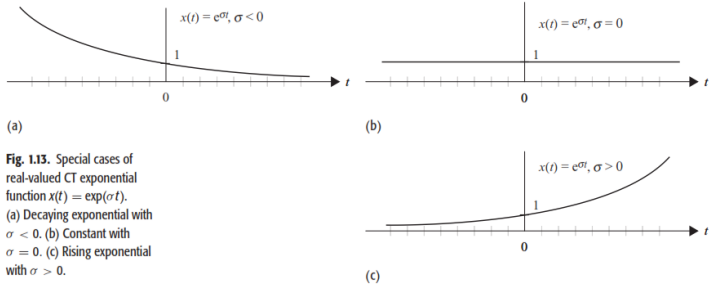


Fig. 1.13. Special cases of real-valued CT exponential function $x(t) = \exp(\sigma t)$. (a) Decaying exponential with $\sigma < 0$. (b) Constant with $\sigma = 0$. (c) Rising exponential with $\sigma > 0$.

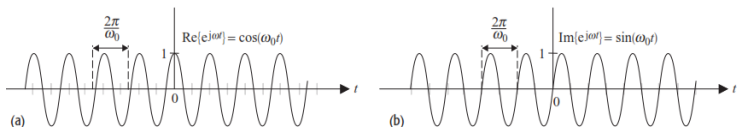
სურ 1: $x(t) = e^{\sigma t}$



უწყვეტი დროის ექსპონენციალური ფუნქცია

შემთხვევა 2 s ცვლადის ნამდვილი კომპონენტი ნულის ტოლია ($\sigma = 0$). ამ შემთხვევაში გვექნება:

$$x(t) = e^{j\omega_0 t} = \cos \omega_0 t + j \sin \omega_0 t \quad (12)$$



სურ 2: $x(t) = e^{j\omega_0 t} = \cos \omega_0 t + j \sin \omega_0 t$